

# Tema 1

## 1.- Redes Eléctricas. Leyes de Kirchhoff. Elementos de Circuito

1.1.- Redes eléctricas. Conceptos elementales

1.2.- Leyes de Kirchhoff

1.3.- Ley de Ohm. Resistencia

1.4.- Asociaciones de resistores

1.5.- Potencia disipada

1.6.- Fuentes de tensión y corriente. Divisores de tensión. Equivalencias.

1.7.- Resistores no lineales

1.8.- Fuentes dependientes

2.- Métodos de Análisis de Circuitos Eléctricos

3.- Elementos reactivos. Respuesta transitoria

4.- Régimen Permanente Sinusoidal

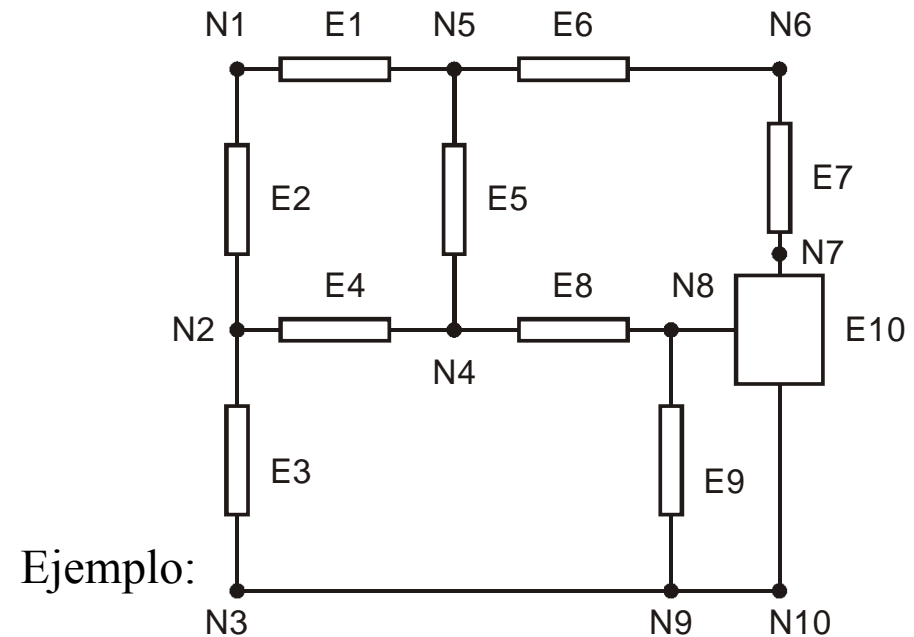
5.- Análisis de Circuitos basado en la Transformada de Laplace

6.- Cuadripolos

## 1.1.- Redes eléctricas. Conceptos elementales

- **Elementos** de circuito: Unidades físicas simples, no divisibles, que disponen de terminales para interconectarse entre sí
- **Circuitos** o redes eléctricas: Sistemas complejos formados por la interconexión de estos elementos
- Nos limitamos a elementos de 2, 3 ó 4 terminales, invariantes en el tiempo y localizados en el espacio. Se definirán mediante ciertos parámetros físicos
- Los elementos pueden ser:
  - **Activos**: Pueden suministrar energía al resto del circuito
  - **Pasivos**: Disipan o almacenan energía, pero no la generan

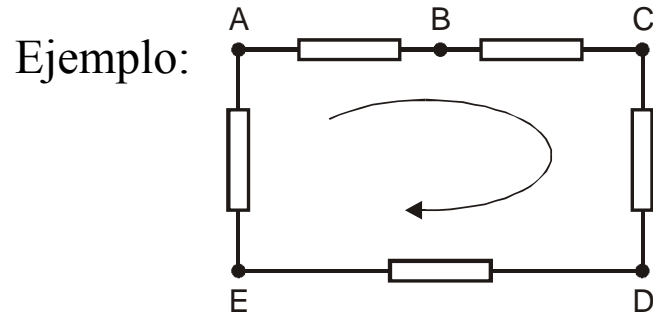
- **Nudos**: Puntos de un circuito comunes a dos o más elementos. Si confluyen más de dos elementos se llaman nudos principales o de conjunción
- **Rama**: Parte del circuito comprendida entre dos nudos principales
- **Malla**: Conjunto de ramas que forman un camino cerrado sin pasar dos veces por el mismo nudo



## 1.2.- Leyes de Kirchhoff (Gustav Robert Kirchhoff, 1824-1887)

Ley de Kirchhoff de las **tensiones**: "En un circuito cerrado o malla, la suma algebraica de las diferencias de potencial entre los extremos de los diferentes elementos, tomadas todas en el mismo sentido, es cero".

$$\sum_i^{\text{malla}} \Delta v_i = 0$$



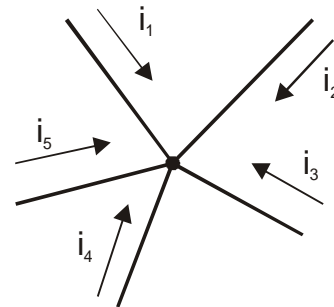
$$(v_A - v_B) + (v_B - v_C) + (v_C - v_D) + (v_D - v_E) + (v_E - v_A) = 0$$

Ley de Kirchhoff de las **corrientes**: "La suma algebraica de las corrientes que inciden en un nudo, consideradas todas ellas entrantes o todas ellas salientes, es cero"

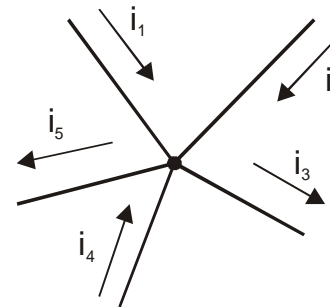
$$\sum_j^{\text{nudo}} i_j = 0$$

Ejemplo:

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = 0$$



(a)



(b)

$$i_1 + i_2 + (-i_3) + i_4 + (-i_5) = 0$$

$$i_1 + i_2 + i_4 = i_3 + i_5$$

⇒ "La suma de las corrientes entrantes es igual a la suma de las corrientes salientes"

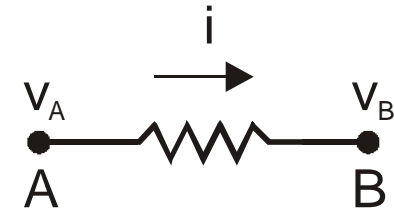
# 1.3.- Ley de Ohm. Resistencia

(Georg Simon Ohm, 1787-1854)

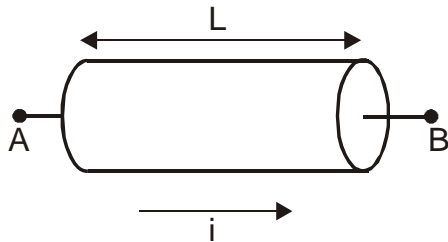
“La diferencia de potencial,  $v$ , medida entre los extremos de un conductor por el que circula una corriente,  $i$ , es directamente proporcional a dicha corriente”

$$v = v_A - v_B = i \cdot R$$

La constante de proporcionalidad  $R$  se denomina **resistencia**, y desde 1861 se mide en **ohmios** ( $\Omega$ ) en honor de Ohm (1 ohmio = 1 voltio / 1 amperio)



- Enunciado alternativo: “existen materiales conductores en los cuales la conductividad eléctrica es aproximadamente constante, esto es, independiente de la corriente que los atraviesa”



$$\left. \begin{aligned} j &= \sigma E \\ j &= \frac{i}{A} \\ E &= \frac{v}{L} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{i}{A} = \sigma \frac{v}{L} \Rightarrow v = \frac{L}{\sigma A} i$$
$$R = \frac{v}{i} = \frac{L}{\sigma A} = \rho \frac{L}{A}$$

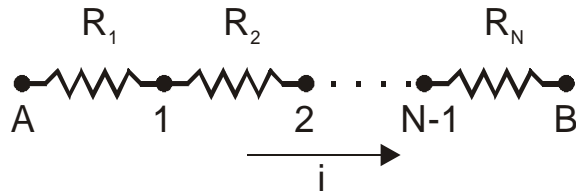
$\rho$  = Resistividad del material. Se mide en  $\Omega \cdot m$  u  $\Omega \cdot cm$

- **Conductancia** = Inversa de la resistencia (se mide en Siemens, o “mho”)

$$G \equiv \frac{1}{R} , \quad 1 S = 1 \Omega^{-1}$$

# 1.4.- Asociaciones de resistores

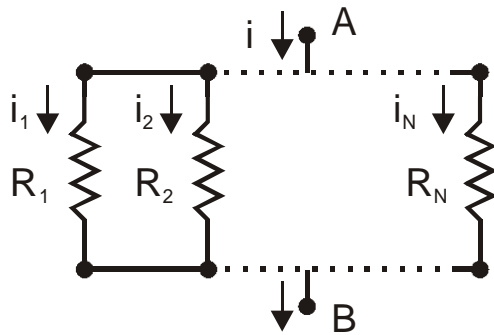
a) En serie:



$$\begin{aligned}
 v_A - v_1 &= i \cdot R_1; \\
 v_1 - v_2 &= i \cdot R_2; \\
 v_2 - v_3 &= i \cdot R_3; \\
 &\dots \\
 v_{N-1} - v_B &= i \cdot R_N.
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} v_A - v_1 &= i \cdot R_1; \\ v_1 - v_2 &= i \cdot R_2; \\ v_2 - v_3 &= i \cdot R_3; \\ &\dots \\ v_{N-1} - v_B &= i \cdot R_N. \end{aligned}} \right\}
 \begin{aligned}
 (v_A - v_1) + (v_1 - v_2) + \dots + (v_{N-1} - v_B) &= \\
 v_A - v_B &= i \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N)
 \end{aligned}$$

$$v_A - v_B = i \cdot R_{eq} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N}$$

b) En paralelo:



$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{v_A - v_B}{R_1} & i &= i_1 + i_2 + \dots + i_N \\
 i_2 &= \frac{v_A - v_B}{R_2} & i &= (v_A - v_B) \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \right) \\
 &\vdots & & \\
 i_N &= \frac{v_A - v_B}{R_N} & & \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}}
 \end{aligned}$$

Ejemplo: Paralelo de dos resistores:  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

## 1.5.- Potencia disipada

- Potencia instantánea:  $p = v \cdot i$
- Unidad: Watio  $1 \text{ W} = 1 \text{ J} / 1 \text{ s} = 1 \text{ A} \times 1 \text{ V}$
- Si el elemento es un resistor: Ley de Joule (James Prescott Joule, 1818-1889)

$$v = i \cdot R \Rightarrow p = i^2 R = \frac{v^2}{R}$$

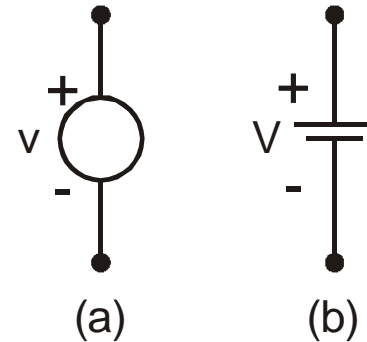
## 1.6.- Fuentes de tensión y corriente. Divisores de Tensión.

### Equivalencias entre fuentes de tensión y de corriente

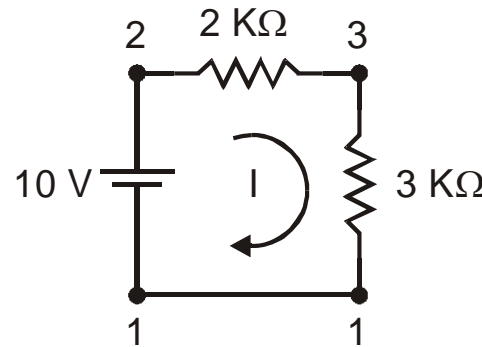
#### **Fuentes de tensión:**

Definición: “Una fuente de tensión ideal es un elemento de dos terminales que genera una tensión  $v$  entre ellos independiente de la corriente que circula por él

- Símbolo general
- Fuente de tensión constante, o batería



### Ejemplo: Circuito elemental



$$(V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + (V_3 - V_1) = 0$$

$$\begin{aligned} -10 \text{ V} + I \cdot 2 \text{ K}\Omega + I \cdot 3 \text{ K}\Omega &= 0 \Rightarrow \\ 10 \text{ V} &= I \cdot (2 \text{ K}\Omega + 3 \text{ K}\Omega) \Rightarrow \\ I &= 10\text{V} / 5\text{K}\Omega = 2 \text{ mA} \end{aligned}$$

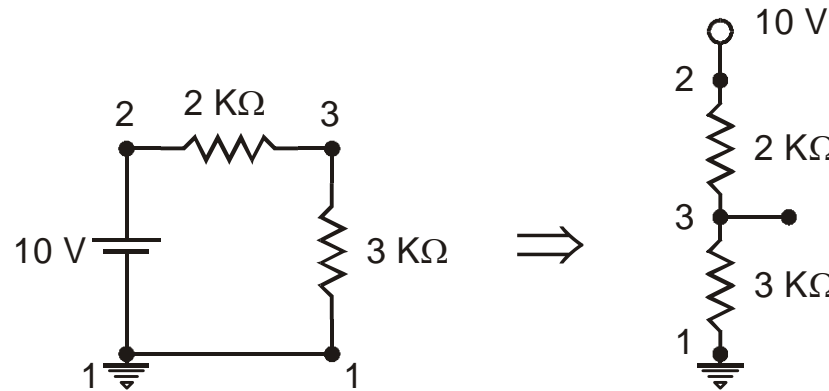
¡Advertencia! : El valor de la corriente que suministra una fuente de tensión es indeterminado. Son las resistencias del circuito externo las que fijan el valor 2 mA.

**Conexión a tierra:** Nudo de referencia. Se le asigna potencial nulo: los potenciales de los demás nudos del circuito se refieren a él.

(En la mayoría de los casos este punto se conecta a un punto de potencial muy estable, por ejemplo, al chasis del equipo electrónico o a la toma de tierra del edificio)

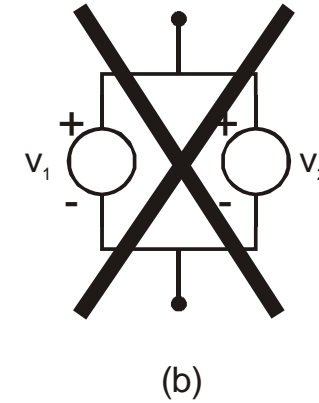
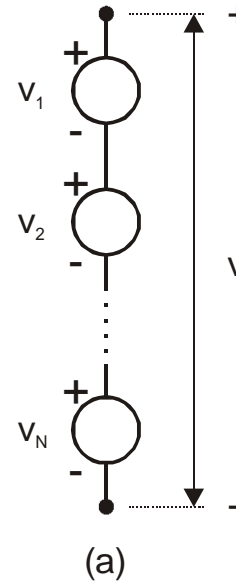


### Ejemplo:

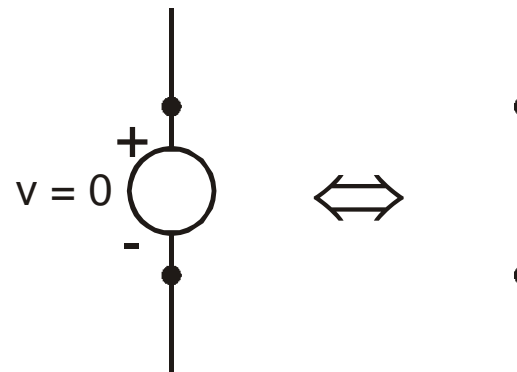


**Asociación de fuentes:** Sólo está permitida en serie. No tiene sentido una asociación de fuentes de valores distintos en paralelo.

$$v = v_1 + v_2 + \dots + v_N$$



**Fuente de tensión nula:** Valor nominal cero: Se puede sustituir por un cortocircuito





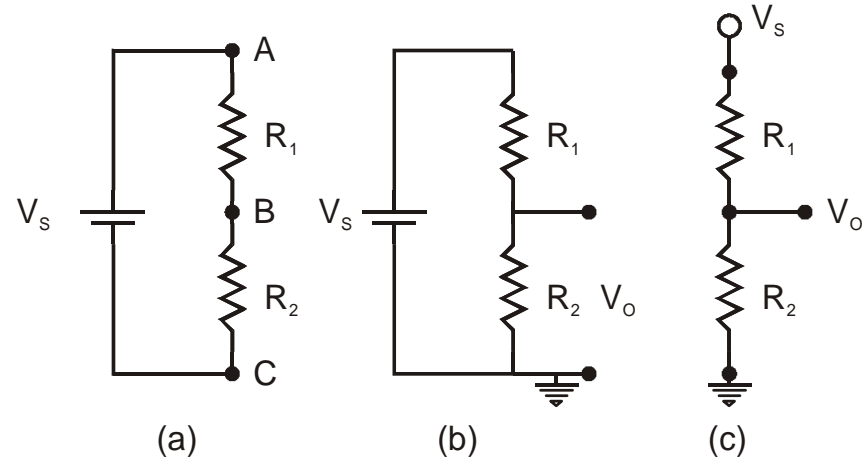
### Aplicación: Divisores de tensión:

$$V_A - V_C = V_S$$

$$V_A - V_C = I(R_1 + R_2)$$

$$V_B - V_C = IR_2$$

$$V_B - V_C = (V_A - V_C) \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



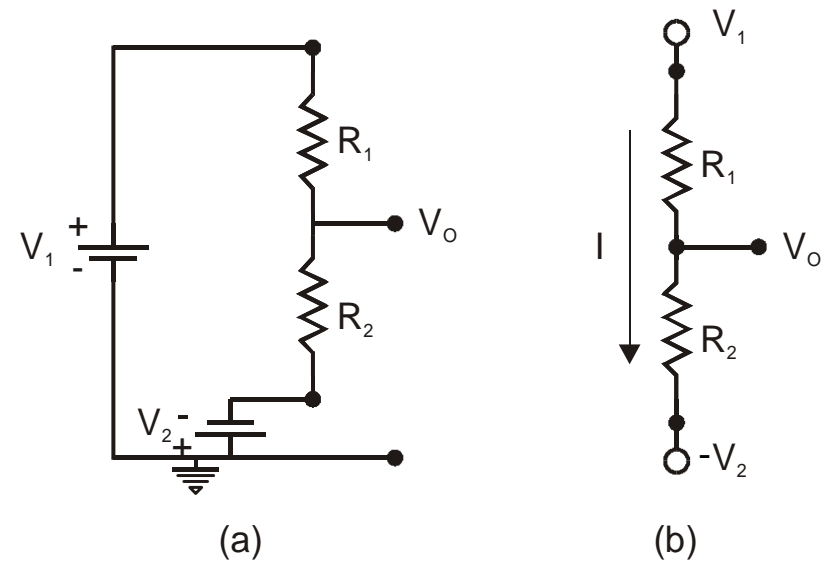
$$V_C = 0, \quad V_B = V_o \Rightarrow V_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_s$$

### Divisores con dos fuentes de tensión:

$$I = \frac{V_1 - (-V_2)}{R_1 + R_2} = \frac{V_1 + V_2}{R_1 + R_2}$$

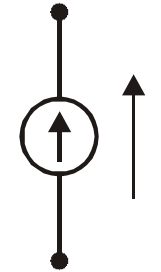
$$V_o - (-V_2) = I \cdot R_2 = \frac{V_1 + V_2}{R_1 + R_2} R_2 \Rightarrow$$

$$V_o = -V_2 + \frac{(V_1 + V_2)R_2}{R_1 + R_2} = \frac{V_1 R_2 - V_2 R_1}{R_1 + R_2}$$



## Fuentes de corriente:

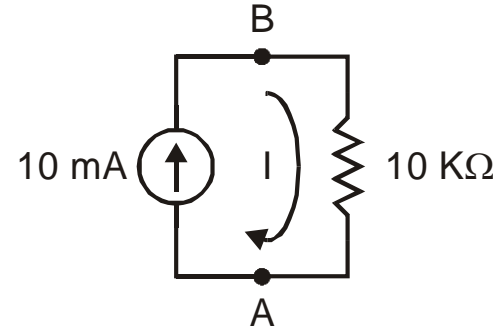
Definición: “Una fuente de corriente ideal es un elemento de dos terminales que genera una intensidad de corriente  $i$  a través de él, independiente de la tensión que haya entre sus extremos



¡Advertencia! : Conocemos el valor de la intensidad a través de la fuente de corriente, que es el valor fijado por ella, pero no conocemos el valor de la tensión entre sus terminales. Ésta dependerá del circuito externo y, en general, puede ser tanto positiva como negativa

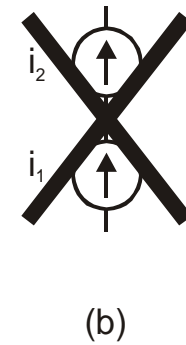
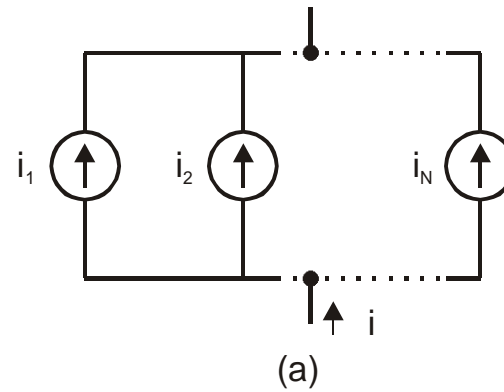
Ejemplo:

$$V_B - V_A = 10mA \times 10K\Omega = 100V$$

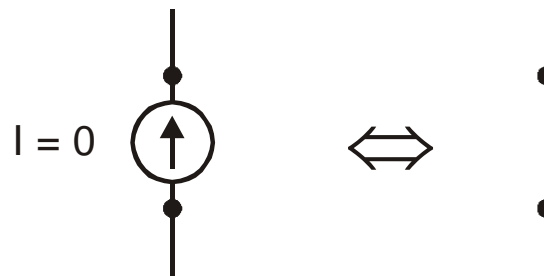


**Asociación de fuentes de corriente:** Sólo está permitida la asociación en paralelo. No tiene sentido una asociación de fuentes de corriente de valores distintos en serie

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_N$$

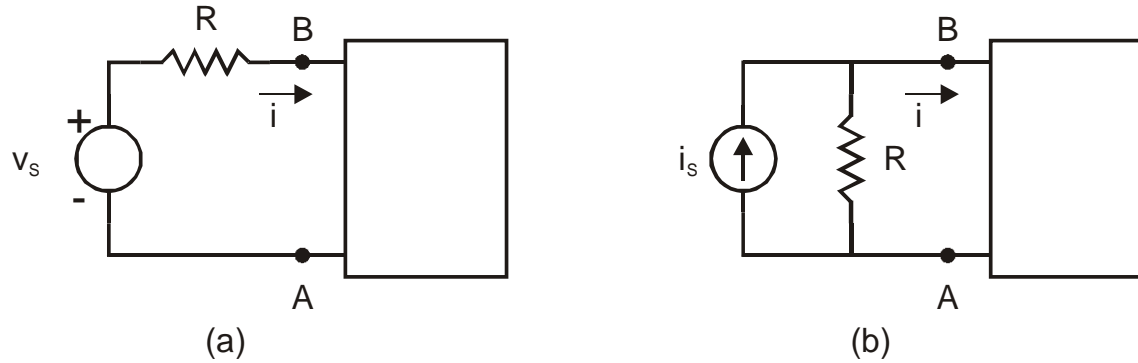


**Fuente de corriente nula:** Valor nominal cero: Se puede sustituir por un circuito abierto



## Equivalencia entre fuentes de tensión y fuentes de corriente:

“Una fuente de tensión en serie con un resistor es equivalente a una fuente de corriente en paralelo con el mismo resistor”



$$v_B - v_A = v_S - i \cdot R$$

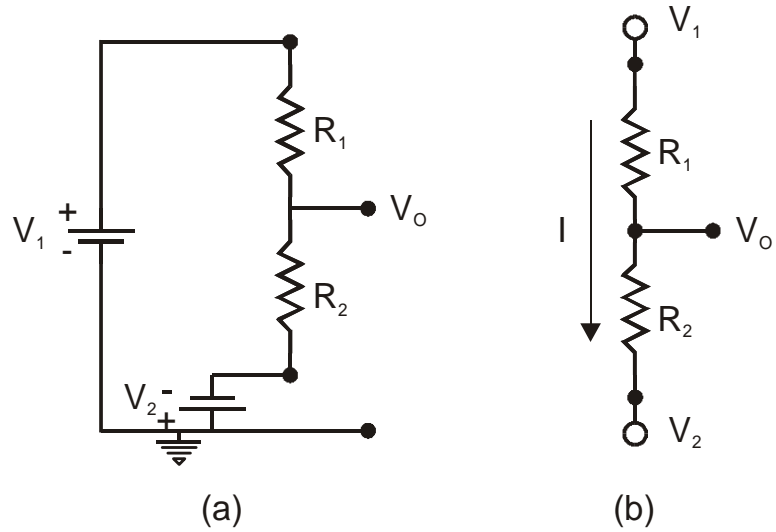
$$i = i_S - \frac{v_B - v_A}{R}$$

$$i = i_S - \frac{v_S - i \cdot R}{R} = i_S - \frac{v_S}{R} + i;$$

$$i_S = \frac{v_S}{R}$$

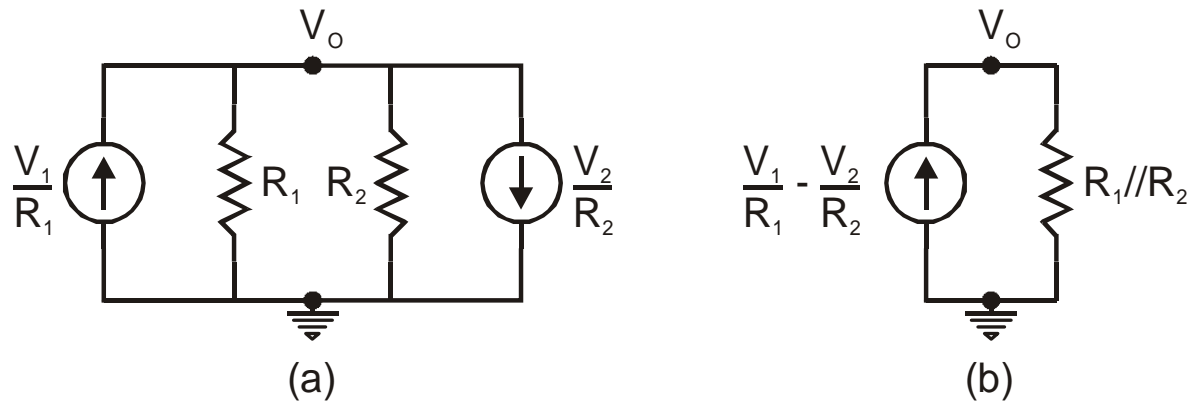
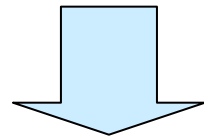
- Cuanto menor sea  $R$ , más próxima será la asociación a una fuente de tensión ideal
- Cuanto mayor sea  $R$ , más próxima será la asociación a una fuente de corriente ideal

Ejemplo:



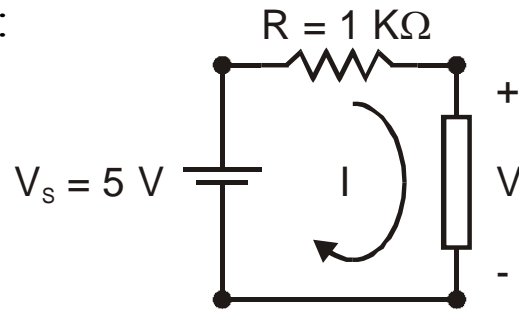
$$V_o = \left( \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_2} \right) (R_1 \parallel R_2)$$

$$= \frac{V_1 R_2 - V_2 R_1}{R_1 R_2} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{V_1 R_2 - V_2 R_1}{R_1 + R_2}$$



## 1.7.- Resistores no lineales

Ejemplo:



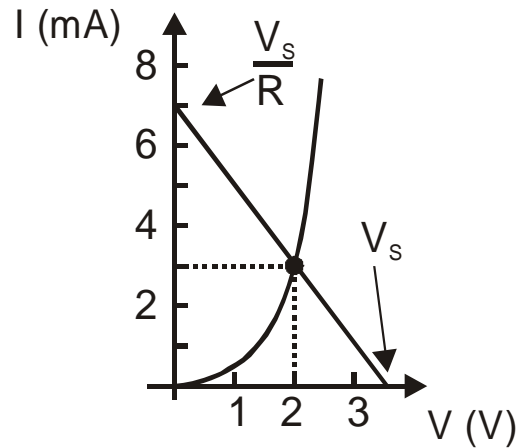
Recta de carga: Impuesta por el circuito externo al elemento no lineal

$$V_s = I \cdot R + V$$

$$I = \frac{V_s}{R} - \frac{V}{R}$$

$$I = \alpha V^2, \text{ con } \alpha = 0.75 \text{ mA/V}^2$$

Solución gráfica:



Solución analítica:

$$V_s = \alpha R V^2 + V \Rightarrow$$

$$\alpha R V^2 + V - V_s = 0 \Rightarrow$$

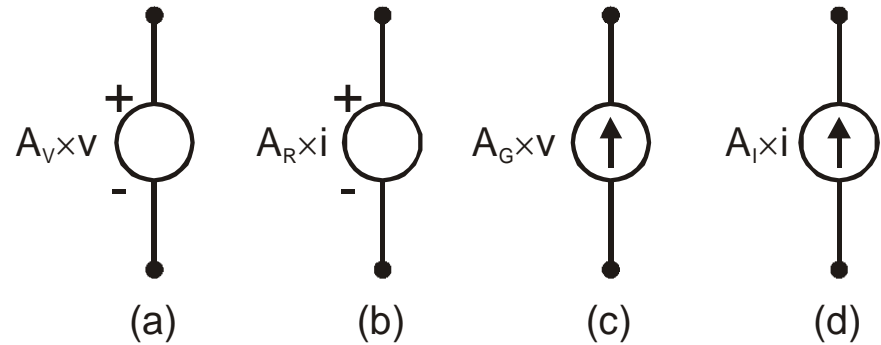
$$V = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\alpha R V_s}}{2\alpha R} = 2 \text{ V}$$

$$I = \frac{V_s - V}{R} = \frac{5 \text{ V} - 2 \text{ V}}{1 \text{ K}\Omega} = 3 \text{ mA}$$

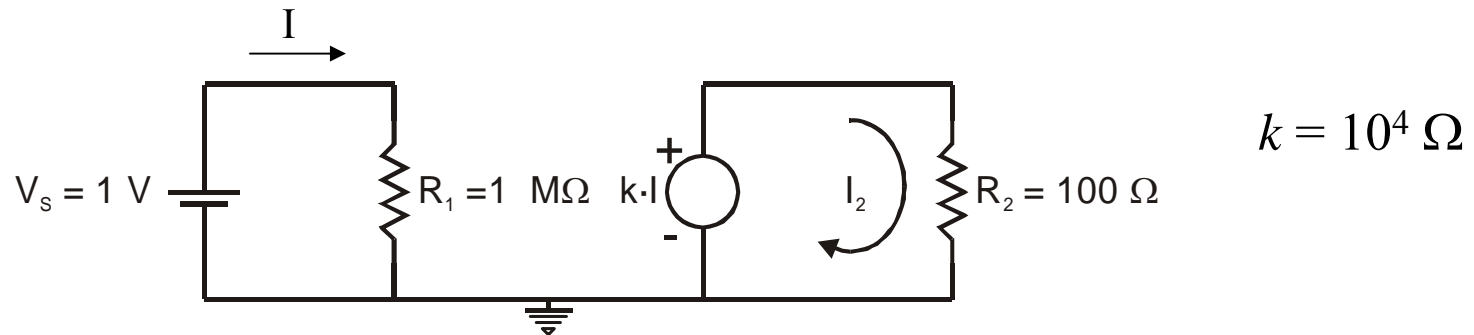
## 1.8.- Fuentes dependientes

Tenemos cuatro posibilidades:

- Fuente de tensión dependiente de tensión
- Fuente de tensión dependiente de corriente
- Fuente de corriente dependiente de tensión
- Fuente de corriente dependiente de corriente



Ejemplo:



$$I = \frac{V_s}{R_1} = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ M}\Omega} = 1 \mu\text{A}$$

$$10^4 \Omega \cdot 10^{-6} \text{ A} = 10^{-2} \text{ V}$$

$$10^{-2} \text{ V} = I_2 \cdot 100 \Omega \Rightarrow I_2 = \frac{10^{-2} \text{ V}}{100 \Omega} = 10^{-4} \text{ A} = 100 \mu\text{A}$$