EJERCICIOS – SOLUCIONES

CIFRAS SIGNIFICATIVAS
ERRORES.

1. Un amperímetro tiene una escala que aprecia décimas de amperio. Interpreta el siguiente resultado de una medida: $3{,}4 \pm 0{,}1A$.

La cifra $\pm 0{,}1$ indica la incertidumbre de la medida, que coincide con la división más pequeña del instrumento.

2. Una barra de pan tiene una masa de $74{,}95g$. Expresa su masa con dos cifras significativas.

$$75g$$

3. Indica en qué unidades se miden el error absoluto y el error relativo.

El error absoluto se mide con la misma unidad que la de la magnitud medida. El error relativo es un número sin unidades.

4. Cinco alumnos han medido la altura de un compañero y han obtenido las siguientes medidas: $163cm$, $162cm$, $164cm$, $164cm$ y $162cm$. Determina el valor más probable de su altura y halla el error absoluto y el relativo de cada medida.

El valor medio de las medidas es:

$$\bar{x} = \frac{163 + 162 + 164 + 164 + 162}{5} = 163cm$$

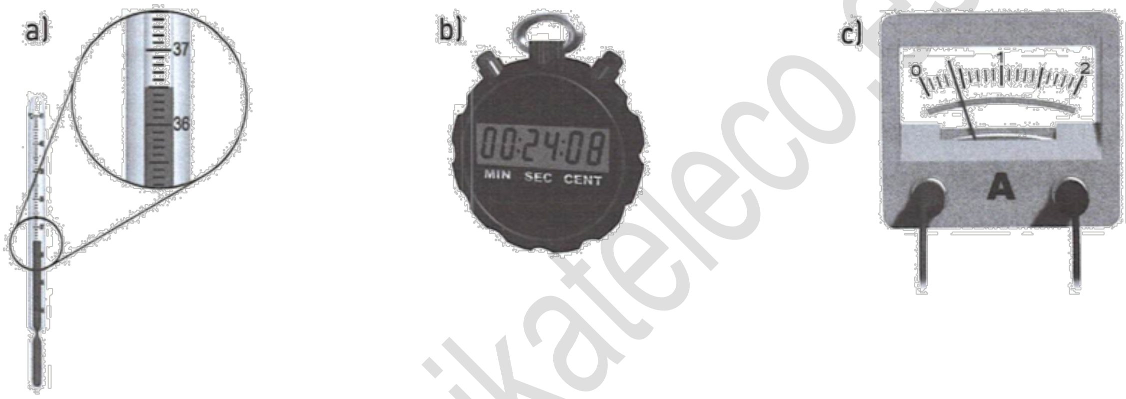
Errores absolutos:

$$\varepsilon_{a1} = x_1 - \bar{x} = 163 - 163 = 0$$
$$\varepsilon_{a2} = x_2 - \bar{x} = 162 - 163 = -1cm$$
$$\varepsilon_{a3} = x_3 - \bar{x} = 164 - 163 = 1cm$$
$$\varepsilon_{a4} = x_4 - \bar{x} = 164 - 163 = 1cm$$
$$\varepsilon_{a5} = x_5 - \bar{x} = 162 - 163 = -1cm$$

Errores relativos (como no interesa el signo, tomamos valores absolutos):

$$\varepsilon_{r1} = \frac{|\varepsilon_{a1}|}{\bar{x}} = \frac{0}{163} = 0 \;\rightarrow\; 0\%$$
$$\varepsilon_{r2} = \frac{|\varepsilon_{a2}|}{\bar{x}} = \frac{1}{163} = 0{,}006 \;\rightarrow\; 0{,}6\%$$
$$\varepsilon_{r3} = \frac{|\varepsilon_{a3}|}{\bar{x}} = \frac{1}{163} = 0{,}006 \;\rightarrow\; 0{,}6\%$$
$$\varepsilon_{r4} = \frac{|\varepsilon_{a4}|}{\bar{x}} = \frac{1}{163} = 0{,}006 \;\rightarrow\; 0{,}6\%$$
$$\varepsilon_{r5} = \frac{|\varepsilon_{a5}|}{\bar{x}} = \frac{0}{163} = 0{,}006 \;\rightarrow\; 0{,}6\%$$

5. Para cada instrumento de medida, escribe la medida correspondiente con su incertidumbre:



a) $36{,}5 \pm 0{,}1°\text{C}$
b) $24{,}08 \pm 0{,}01s$
c) $0{,}4 \pm 0{,}1A$

6. Indica cuántas cifras significativas tienen las siguientes medidas:
a) Un atleta ha tardado $10{,}00s$ en correr $100m$.
b) La longitud de un bolígrafo es $0{,}141m$.
c) La masa de un camión es $7.200kg$.
d) Una pila de bolsillo da una tensión de $1{,}5V$.

a) 4; los ceros después de la coma decimal son significativos.
b) 3
c) 2; los dos últimos ceros no son significativos.
d) 2

7. Indica cuál es la incertidumbre de los siguientes aparatos de medida:

a) Una cinta métrica.
b) El cronómetro de un reloj digital de pulsera.
c) El reloj digital de un microondas.
d) Una balanza utilizada en una frutería.
e) Una balanza instalada en una farmacia para medir el peso de las personas.
f) Un termómetro de mercurio para medir la fiebre.
g) Un termómetro instalado en la calle para medir la temperatura ambiente.
h) Un dinamómetro graduado en décimas de newton.
i) Una probeta graduada en mililitros.

a) 1cm (en algunas cintas, 1mm)
b) $0{,}1\text{s}$ o $0{,}01\text{s}$ según el tipo de reloj
c) 1s
d) 10g (en modelos habituales)
e) 100g (en modelos habituales)
f) $0{,}1\text{°C}$
g) $1\ \text{°C}$
h) $0{,}1\text{N}$
i) 1mL

8. Redondea a dos decimales las siguientes medidas:
a) Un nadador ha recorrido la distancia de $50m$ en un tiempo de $27{,}548s$.
b) La longitud de una pila alcalina AA es $0{,}0485m$.
c) La masa del peso utilizado en las pruebas de atletismo es $7{,}257kg$.
d) La masa de un balón de fútbol es $0{,}432kg$.
e) La superficie de una mesa es $1{,}621m^2$.
f) La potencia de una estufa eléctrica es $1{,}812$ kilovatios (kW).

a) $27{,}55s$
b) $0{,}05m$
c) $7{,}26kg$
d) $0{,}43kg$
e) $1{,}62m^2$
f) $1{,}81kW$

9. Bartolomé ha medido las dimensiones de una moneda de 5 céntimos de euro con un calibrador que aprecia décimas de milímetro y ha obtenido las siguientes medidas: diámetro, $21{,}23mm$; grosor: $1{,}7mm$. Después, ha encontrado en la página web de la Fábrica Nacional de Moneda y

Timbre que las medidas exactas de esa moneda son $21{,}25mm$ de diámetro y $1{,}67mm$ de grosor:

a) Calcula los errores absolutos de sus medidas.

b) Halla los respectivos errores relativos.

c) De las medidas de Bartolomé, ¿cuál tiene más calidad, la del diámetro o la del grosor?

Errores absolutos:

$$\varepsilon_{ad} = x_d - \bar{x} = 21{,}3 - 21{,}25 = 0{,}05mm$$
$$\varepsilon_{ag} = x_g - \bar{x} = 1{,}7 - 1{,}67 = 0{,}03mm$$

Errores relativos (como no interesa el signo, tomamos valores absolutos):

$$\varepsilon_{rd} = \frac{|\varepsilon_{ad}|}{\bar{x}} = \frac{0{,}05}{21{,}25} = 0{,}00235 \ \rightarrow \ 0{,}24\%$$
$$\varepsilon_{rg} = \frac{|\varepsilon_{ag}|}{\bar{x}} = \frac{0{,}03}{1{,}67} = 0{,}0180 \ \rightarrow \ 1{,}80\%$$

Tiene mayor calidad la medida de la longitud de la moneda porque el error relativo cometido es menor.

10. Expresa con un número adecuado de cifras significativas las siguientes medidas:

a) La masa de un equipaje formado por tres maletas de $14{,}53kg$, $7{,}4kg$ y $2kg$.

b) La longitud final de un cable que medía inicialmente $45{,}62m$ y al que se le han recortado $17{,}3m$.

c) La superficie de una mesa que tiene $0{,}65m$ de ancho y $1{,}32m$ de largo.

d) La velocidad de un automóvil que recorre $75{,}64m$ en $3{,}5s$.

a) $14{,}53 + 7{,}4 + 2 = 23{,}93$. Como el resultado no debe tener más números a la derecha de la coma decimal que el dato que menos decimales tenga (2 kg, que no tiene ningún decimal), se expresaría el resultado como 24kg.

b) $45{,}62 - 17{,}3 = 28{,}32$. Por tanto, el resultado se expresaría como $28{,}3$m.

c) $0{,}65 \cdot 1{,}32 = 0{,}858$. Como el resultado no debe tener más números a la derecha de la coma decimal que el dato que menos decimales tenga ($0{,}65$ m) se expresaría el resultado como $0{,}86\text{m}^2$.

d) $75{,}64/3{,}5 = 21{,}611$. Como el resultado no debe tener más números a la derecha de la coma decimal que el dato que menos decimales tenga ($3{,}5$ s) se expresaría el resultado como $21{,}6\text{m/s}$.

11. Cinco compañeros han medido simultáneamente el tiempo de caída de una piedra desde una cierta altura, anotando los resultados obtenidos por cada uno: $2{,}1s$; $2{,}3s$; $2{,}2s$; $2{,}5s$; $2{,}4s$.

a) ¿Cuál es el tiempo de caída más probable?

El valor más probable es el valor medio de las medidas es:

$$\bar{x} = \frac{2{,}1 + 2{,}3 + 2{,}2 + 2{,}5 + 2{,}4}{5} = 2{,}3s$$

b) Determina el error absoluto de cada medida.

Errores absolutos:

$$\varepsilon_{a1} = x_1 - \bar{x} = 2{,}1 - 2{,}3 = -0{,}2s$$
$$\varepsilon_{a2} = x_2 - \bar{x} = 2{,}3 - 2{,}3 = 0$$
$$\varepsilon_{a3} = x_3 - \bar{x} = 2{,}2 - 2{,}3 = -0{,}1s$$
$$\varepsilon_{a4} = x_4 - \bar{x} = 2{,}5 - 2{,}3 = 0{,}2s$$
$$\varepsilon_{a5} = x_5 - \bar{x} = 2{,}4 - 2{,}3 = 0{,}1s$$

12. Fernando se ha pesado ocho veces consecutivas en una báscula de baño, que tiene una escala graduada en kilogramos. El resultado de sus medidas ha sido: 72; 71; 73; 71; 72; 72; 73; 71. Calcula:

a) La precisión de esta báscula de baño.

La precisión es el valor mínimo que puede apreciar la báscula: 1kg.

$$\bar{x} = \frac{72 + 71 + 73 + 71 + 72 + 72 + 73 + 71}{8} = 71{,}875kg$$

b) El valor medio de las medidas anteriores expresado correctamente.

Como el resultado no debe tener más números a la derecha de la coma decimal que el dato que menos decimales tenga (ninguno tiene decimales) se expresaría el resultado como 72kg.

c) El error absoluto de cada medida considerando el valor medio como exacto.

$$\varepsilon_{a1} = x_1 - \bar{x} = 72 - 72 = 0$$
$$\varepsilon_{a2} = x_2 - \bar{x} = 71 - 72 = -1kg$$
$$\varepsilon_{a3} = x_3 - \bar{x} = 73 - 72 = 1kg$$
$$\varepsilon_{a4} = x_4 - \bar{x} = 71 - 72 = -1kg$$
$$\varepsilon_{a5} = x_5 - \bar{x} = 72 - 72 = 0$$
$$\varepsilon_{a6} = x_6 - \bar{x} = 72 - 72 = 0$$

$$\varepsilon_{a7} = x_7 - \bar{x} = 73 - 72 = 1kg$$
$$\varepsilon_{a8} = x_8 - \bar{x} = 71 - 72 = -1kg$$

d) El error relativo de cada medida.

$$\varepsilon_{r1} = \frac{|\varepsilon_{a1}|}{\bar{x}} = \frac{0}{72} = 0 \rightarrow 0\%$$
$$\varepsilon_{r2} = \frac{|\varepsilon_{a2}|}{\bar{x}} = \frac{1}{72} = 0{,}0139 \rightarrow 1{,}4\%$$
$$\varepsilon_{r3} = \frac{|\varepsilon_{a3}|}{\bar{x}} = \frac{1}{72} = 0{,}0139 \rightarrow 1{,}4\%$$
$$\varepsilon_{r4} = \frac{|\varepsilon_{a4}|}{\bar{x}} = \frac{1}{72} = 0{,}0139 \rightarrow 1{,}4\%$$
$$\varepsilon_{r5} = \frac{|\varepsilon_{a5}|}{\bar{x}} = \frac{0}{72} = 0 \rightarrow 0\%$$
$$\varepsilon_{r6} = \frac{|\varepsilon_{a6}|}{\bar{x}} = \frac{0}{72} = 0 \rightarrow 0\%$$
$$\varepsilon_{r7} = \frac{|\varepsilon_{a7}|}{\bar{x}} = \frac{1}{72} = 0{,}0139 \rightarrow 1{,}4\%$$
$$\varepsilon_{r8} = \frac{|\varepsilon_{a8}|}{\bar{x}} = \frac{1}{72} = 0{,}0139 \rightarrow 1{,}4\%$$

13. Al medir la longitud de un campo de fútbol de $101{,}56\,m$ se ha obtenido 102m y al medir el espesor de un libro de $3{,}24\,cm$ se ha obtenido $32\,mm$. Determina cuál de las dos medidas tiene mayor calidad.

Error absoluto:

$$\varepsilon_{al} = x_l - \bar{x} = 102 - 101{,}56 = 0{,}44m$$
$$\varepsilon_{ae} = x_e - \bar{x} = 32 - 32{,}4 = -0{,}4mm$$

Error relativo:

$$\varepsilon_{rl} = \frac{|\varepsilon_{al}|}{\bar{x}} = \frac{0{,}44}{101{,}56} = 0{,}0043 \rightarrow 0{,}43\%$$
$$\varepsilon_{re} = \frac{|\varepsilon_{ae}|}{\bar{x}} = \frac{0{,}4}{32{,}4} = 0{,}0123 \rightarrow 1{,}23\%$$

Tiene mayor calidad la medida de la longitud del campo de fútbol porque el error relativo cometido es menor.

14. María, Diana y Elena han medido la longitud de una mesa con cinta métrica y han obtenido, respectivamente, las siguientes medidas: $120{,}0\,cm$; $119{,}3\,cm$; $119{,}1\,cm$. Una medida precisa de la mesa había dado anteriormente una longitud de $119{,}6\,cm$. Si se considera esta medida como exacta:

a) Calcula el error absoluto y el error relativo de cada medida e indica la mejor de las tres.

Error absoluto:

$$\varepsilon_{a1} = x_1 - \bar{x} = 120{,}0 - 119{,}6 = 0{,}4cm$$
$$\varepsilon_{a2} = x_2 - \bar{x} = 119{,}3 - 119{,}6 = -0{,}3cm$$
$$\varepsilon_{a3} = x_3 - \bar{x} = 119{,}1 - 119{,}6 = -0{,}5cm$$

Error relativo:

$$\varepsilon_{r1} = \frac{|\varepsilon_{a1}|}{\bar{x}} = \frac{0{,}44}{119{,}6} = 0{,}0033 \quad \rightarrow \quad 0{,}33\%$$
$$\varepsilon_{r2} = \frac{|\varepsilon_{a2}|}{\bar{x}} = \frac{0{,}3}{119{,}6} = 0{,}0025 \quad \rightarrow \quad 0{,}25\%$$
$$\varepsilon_{r3} = \frac{|\varepsilon_{a3}|}{\bar{x}} = \frac{0{,}5}{119{,}6} = 0{,}0042 \quad \rightarrow \quad 0{,}42\%$$

La mejor medida es la de Diana porque es la que tiene un error relativo menor.

b) Calcula qué longitud de la mesa hubieran considerado como más probable estas personas.

Habrían tomado el valor medio:

$$\bar{x} = \frac{120{,}0 + 119{,}3 + 119{,}1}{3} = 119{,}5cm$$