EJERCICIOS TEMA 3A

EDITORIAL SANTILLANA

ACTIVIDADES FINALES 2

El campo electrostático

29 Dos cargas eléctricas puntuales negativas están situadas en dos puntos A y B de una recta. ¿En algún punto de esa recta puede ser nulo el campo eléctrico? ¿Y si las dos cargas fueran positivas? Justifica las respuestas.

30 Dos cargas q_1 y q_2 están separadas una distancia d. Si el campo eléctrico a 3/5 de d de la carga q_1 es nulo, ¿qué relación existe entre las cargas?

a) ¿Cuál es el signo relativo de las cargas?

b) ¿Qué relación existe entre el valor de las cargas?

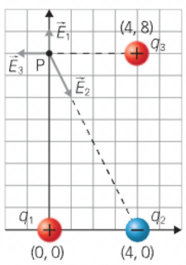
Solución: $q_1 = 9/4 \cdot q_2$

EJEMPLO RESUELTO 10

Tenemos tres cargas eléctricas q_1, q_2 y q_3 situadas en los puntos (0, 0) m, (4, 0) m y (4, 8) m. Si q_1 es de 2 μC y q_2 es negativa, halla q_2 y q_3 para que el campo eléctrico en el punto (0, 8) m sea nulo.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$.

Representa gráficamente lo que se indica:



Para que el sistema esté en equilibrio la carga q_3 debe ser **positiva** y además se debe cumplir:

$$E_3 = E_{2x} \quad [1]$$
$$E_1 = E_{2y} \quad [2]$$

Utiliza unidades del SI.

$$E_1 = \frac{k \cdot q_1}{r_1^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{8^2}$$
$$E_1 = 281{,}25\ \mathrm{N/C}$$

$$E_{2y} = E_2 \cdot \cos\alpha = E_2 \cdot \frac{8}{\sqrt{(4^2 + 8^2)}} = E_2 \cdot 0{,}894$$

En [2] $E_1 = E_2 \cdot 0{,}894 \rightarrow E_1 = \frac{k \cdot q_2}{r_2^2} \cdot 0{,}894 \rightarrow$

$$\rightarrow q_2 = \frac{E_1 \cdot r_2^2}{0{,}894 \cdot k} = \frac{281{,}25 \cdot (4^2 + 8^2)}{0{,}894 \cdot 9 \cdot 10^9} = \mathbf{2{,}8 \cdot 10^{-6}\ C}$$

$$E_{2x} = E_2 \cdot \operatorname{sen}\alpha = E_2 \cdot \frac{4}{\sqrt{(4^2 + 8^2)}} = E_2 \cdot 0{,}447$$

En [1]:

$$E_3 = E_2 \cdot 0{,}447 \rightarrow \frac{k \cdot q_3}{r_3^2} = \frac{k \cdot q_2}{r_2^2} \cdot 0{,}447 \rightarrow$$

$$\rightarrow q_3 = \frac{q_2 \cdot r_3^2}{r_2^2} = \frac{2{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 4^2}{4^2 + 8^2} \cdot 0{,}447 = \mathbf{6{,}25 \cdot 10^{-8}\ C}$$

31 Sean una carga puntual q_1 de −4 μC y otra q_2 de valor desconocido situadas en los puntos (0, 0) m y (6, 0) m, respectivamente.

a) Calcula el valor de q_2 para que el campo generado por ambas cargas en el punto (10, 0) m sea nulo.

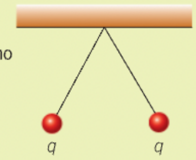
b) Haz un esquema con los vectores del campo eléctrico creado por cada una de las cargas en ese punto.

Solución: $6{,}4 \cdot 10^{-7}$ C

32 Dos cargas puntuales iguales y de 4 nC están situadas en los puntos (−2, 0) m y (2, 0) m del plano XY. Determina el vector campo eléctrico $\vec{E}$ en los puntos A (4, 0) m y B (0, 4) m. ¿En qué punto del plano se anulará el campo?

Solución: $10\ \vec{i}$ N/C; $3{,}22\ \vec{j}$ N/C; (0, 0)

33 Dos partículas de 10 g están suspendidas verticalmente por dos hilos de 30 cm desde un mismo punto. Si se le suministra a ambas partículas la misma carga, se separan de modo que los hilos forman entre sí un ángulo de 60°.



a) Dibuja el diagrama de las fuerzas que actúan sobre las partículas.

b) Calcula el valor de la carga que se suministra a cada partícula. Discute su signo.

c) Si se retira una de las cargas, ¿qué campo se debería crear alrededor de la carga que queda para que no cambiase de posición? Indica su módulo y representa esquemáticamente su dirección y sentido.

Datos: $k = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Solución: $7{,}5 \cdot 10^{-7}$ C; $9 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$

Energía asociada al campo eléctrico

34 Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «El trabajo realizado por una fuerza de tipo eléctrico en una trayectoria cerrada es siempre cero».

35 Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «La intensidad de campo eléctrico puede ser nula y el potencial ser distinto de cero en un punto rodeado de cargas eléctricas».

36 Sabiendo que el potencial eléctrico en el punto P es nulo, determina el valor de la carga q_2. Razona si será nulo el campo eléctrico en el punto P.

Solución: 3 mC

37 En una región del espacio en la que existe un campo eléctrico queremos desplazar una carga desde un punto A a un punto B. Si los potenciales en los puntos A y B valen $V_A = 50$ V y $V_B = 80$ V, respectivamente, calcula el trabajo que debe realizar el campo para transportar una carga de 4 μC desde el punto A hasta el punto B.

Solución: $-1{,}2 \cdot 10^{-4}$ J

38 Una carga positiva q_1 de 7,4 nC se encuentra fija en un punto. A 3,4 mm de distancia de la primera carga se coloca una partícula q_2 de $5 \cdot 10^{-6}$ kg y 8,4 nC y se deja libre. Calcula la velocidad que alcanza q_2 cuando se encuentra a 6,8 mm de q_1.

Solución: 5,74 m/s

ACTIVIDADES FINALES

39 Llamamos dipolo eléctrico a un sistema formado por dos cargas iguales y de signo contrario que están separadas cierta distancia. Tenemos un dipolo formado por cargas de 5 μC situadas en los puntos (−3,0) y (3,0). Calcula:

a) El potencial eléctrico que crea este dipolo en el punto (0, 2).

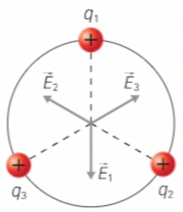
b) La aceleración que experimenta un protón colocado en el punto medio del dipolo.

Datos: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻²; $q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg. Las distancias están en m.

Solución: a) 0 V; b) $9{,}58 \cdot 10^{11}$ m · s⁻²

EJEMPLO RESUELTO 11

Sean tres cargas de +6 μC iguales y equidistantes sobre una circunferencia de 4 m de radio. Calcula:



a) El potencial eléctrico y el campo eléctrico en el centro de la circunferencia.

b) El trabajo para traer una carga $q' = 1$ μC desde el infinito hasta el centro de la circunferencia.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

a) Utiliza unidades del SI para todas las magnitudes. Por simetría:

$$V_T = 3 \cdot V_1 = 3 \cdot \frac{k \cdot q_1}{r}$$

$$V_T = 3 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = \mathbf{4{,}05 \cdot 10^4\ V}$$

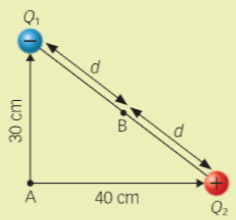
Como se aprecia en el gráfico, el campo total en el centro es 0.

b) $W_{\infty \to C} = -\Delta E_P = -q' \cdot (V_C - 0)$

$$W_{\infty \to C} = -10^{-6} \cdot 4{,}05 \cdot 10^4 = \mathbf{-4{,}05 \cdot 10^{-2}\ J}$$

El signo negativo indica que hay que realizar un trabajo en contra de las fuerzas del campo para traer la carga q' desde fuera del campo hasta C.

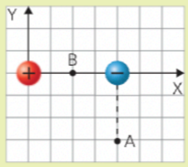
40 Dos cargas eléctricas puntuales de valor $Q_1 = -9$ μC y $Q_2 = +16$ μC están fijas en el espacio ocupando dos vértices de un triángulo rectángulo (ver figura). Calcula el potencial eléctrico en los puntos A y B. ¿Qué trabajo realizará el campo eléctrico para llevar una carga puntual de 2 μC desde el punto B al punto A?



Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

Solución: $V_A = 9 \cdot 10^4$ V; $V_B = 1{,}8 \cdot 10^5$ V; $W = 0{,}18$ J

41 Tenemos dos cargas eléctricas q_1 y q_2 situadas en el plano XY en los puntos (0, 0) m y (8, 0) m, respectivamente, como muestra la figura. Si las cargas tienen los valores $q_1 = 10$ μC y $q_2 = -6$ μC, calcula:



a) El vector campo eléctrico en el punto A (8, −6) m.

b) El potencial eléctrico en el punto B (4, 0) m. Considerando que el potencial eléctrico en el infinito es nulo, ¿cuál es el trabajo necesario para traer una carga de -10^{-12} C desde el infinito hasta el punto B?

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

Solución: a) $720\ \vec{i} + 960\ \vec{j}$ N/C; b) $9 \cdot 10^3$ V; $9 \cdot 10^{-9}$ J

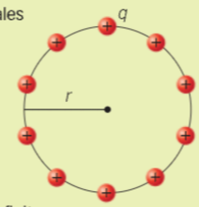
42 Se disponen dos cargas eléctricas q_1 y q_2 colocadas simétricas a 1 m a la izquierda y a la derecha, respectivamente, del origen de coordenadas. Determina:

a) Los valores de las cargas q_1 y q_2 para que el campo eléctrico en el punto (0, 1) sea $\vec{E} = 2 \cdot 10^5\ \vec{j}$ N/C.

b) La relación entre las cargas q_1 y q_2 para que el potencial eléctrico a 2 m del origen en sentido OX positivo sea cero.

Solución: a) $q_1 = q_2 = +3{,}143 \cdot 10^{-5}$ C; b) $q_2 = -1/3 \cdot q_1$

43 Una distribución de cargas puntuales consiste en diez cargas iguales $q = 8$ μC situadas equidistantes sobre una circunferencia de radio $r = 2$ m. Calcula:



a) El potencial eléctrico en el centro de la circunferencia.

b) El trabajo necesario para traer una carga $q = 2$ μC desde el infinito hasta el centro de la circunferencia.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

Solución: $3{,}6 \cdot 10^5$ V; −0,72 J

44 Sean dos cargas eléctricas iguales y de signos contrarios que se encuentran fijas y separadas una distancia de 30 m. La carga positiva se encuentra a 15 m a la derecha del origen de coordenadas; y la carga negativa, simétrica respecto al origen, a 15 m a la izquierda. En el punto A (30, 0) el campo eléctrico vale $E = 120$ V/m en sentido eje OX positivo.

a) Calcula el valor de las cargas que crean el campo.

b) Sabiendo que el potencial en el punto B (30, 20) es igual a 598,18 V, determina el trabajo necesario para trasladar una carga de $-2 \cdot 10^{-9}$ C desde B hasta A.

c) Según lo calculado en el apartado anterior, contesta, justificando la respuesta: ¿el trabajo lo realiza el campo eléctrico o debe ser realizado por un agente externo?

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

Solución: a) $3{,}375 \cdot 10^{-6}$ C; b) $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ J

2

EJEMPLO RESUELTO 12

Dos cargas positivas puntuales iguales q_1 y q_2, de 0,01 μC, se encuentran situadas en los puntos (0,2) m y (0, −2) m, respectivamente. Una tercera partícula puntual q_3, de carga 0,01 μC y 1 g de masa, se coloca en el punto A (0, 6) m. Calcula:

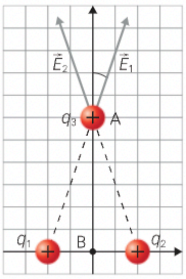
a) El campo eléctrico y el potencial eléctrico creados por q_1 y q_2 en A.

b) La velocidad mínima que debe tener la carga q_3 para llegar al origen de coordenadas B(0, 0).

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

a) La geometría del problema determina que:

$$\vec{E}_{TA} = 2 \cdot E_{1yA}\,\vec{j} = 2 \cdot E_{1A} \cdot \cos\alpha\,\vec{j} \qquad [1]$$



$$E_{1A} = \frac{k \cdot q_1}{r_{1A}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8}}{2^2 + 6^2} = 2{,}43\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

En [1]:

$$\vec{E}_{TA} = 2 \cdot E_{1A} \cdot \frac{6}{\sqrt{(2^2+6^2)}}\,\vec{j} = 2 \cdot 2{,}43 \cdot 0{,}98\,\vec{j} = \mathbf{4{,}80}\ \vec{\mathbf{j}}\ \frac{\mathbf{N}}{\mathbf{C}}$$

$$V_{TA} = 2 \cdot V_{1A} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{(2^2+6^2)}} = \mathbf{29{,}60\ V}$$

b) El campo electrostático es conservativo y $E_{MA} = E_{MB}$.

Para q_3 se cumple:

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} + q \cdot V_{TA} = \frac{m \cdot v_B^2}{2} + q \cdot V_{TB} \qquad [2]$$

$$V_{TB} = 2 \cdot V_{1B} = 2 \cdot \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-8}}{2} = 90\ \text{V}$$

Calcula la velocidad v_A que hace que $v_B = 0$.

Despeja y sustituye los valores en [2]:

$$v_A = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (V_{TB} - V_{TA})}{m}} \rightarrow$$

$$\rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot (90 - 29{,}60)}{10^{-3}}} = \mathbf{3{,}47 \cdot 10^{-2}\ m/s}$$

45 Dos cargas eléctricas de +16 μC están situadas en A (0, 1/2) m y B (0, −1/2) m. Calcula:

a) El campo eléctrico y el potencial eléctrico en C (1,0) m y en D (0,0) m.

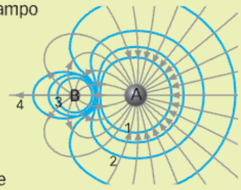
b) Una partícula de masa m = 2 g y carga q = −2 μC se coloca en C con una velocidad inicial de 30 m/s. Si solo intervienen fuerzas eléctricas, calcula la velocidad de esta partícula al llegar al punto D.

Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N · m² · C⁻².

Solución: a) $-2{,}06 \cdot 10^5\,\vec{i}$ N/C; 0; $2{,}58 \cdot 10^5$ V; $5{,}76 \cdot 10^5$ V; b) 39,19 m/s

Representación del campo electrostático

46 El gráfico muestra las líneas de campo y las superficies equipotenciales debidas a las cargas A y B.



a) ¿Qué signo tiene cada una de las cargas?

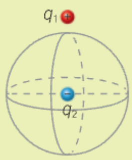
b) ¿Hay algún punto en el que el campo sea cero?

c) De los puntos 1 y 2, ¿cuál tiene mayor valor del campo?¿Y de potencial?

d) Repite el apartado c) para los puntos 3 y 4.

Campo creado por distribuciones de carga

47 Observa las cargas que hay en una región del espacio. Queremos conocer el flujo eléctrico a través de la superficie cerrada de la figura. Las cargas se encuentran en el vacío y su valor es: q_1 = 1,77 μC y $q_2 = -2q_1$.



Dato: constante dieléctrica del vacío: $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C² · N⁻¹ · m².

Solución: $-2 \cdot 10^5$ N · C⁻¹ · m⁻².

48 Si en una región del espacio el potencial eléctrico es constante, ¿cómo es el campo eléctrico creado en dicha región?

49 Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «La unidad del campo eléctrico es N/C y equivale a V/m».

50 Se introduce un electrón, inicialmente en reposo, en el seno de un campo eléctrico uniforme. Contesta:

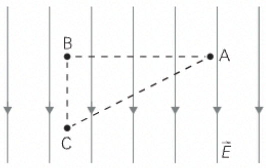
a) ¿Se desplazará hacia las regiones de mayor o de menor potencial electrostático?

b) ¿Qué ocurriría si introdujéramos un protón?

EJEMPLO RESUELTO 13

Considera un campo eléctrico constante de 250 N/C, dirigido hacia abajo en una región del espacio. Calcula las diferencias de potencial siguientes: $V_A - V_B$, $V_B - V_C$ y $V_A - V_C$.

$\overline{BA}$ = 80 cm
$\overline{BC}$ = 40 cm



En un campo uniforme: $-\Delta V = \vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$. Para que exista ΔV, el desplazamiento debe tener alguna componente en la dirección del campo.

- $V_A - V_B = 0$, desplazamiento perpendicular a $\vec{E}$.
- $V_B - V_C = 250 \cdot 0{,}4 = 100$ V
- $V_A - V_C = 250 \cdot 0{,}4 = 100$ V

En el desplazamiento A → C solo produce variación de potencial su componente vertical. La componente horizontal no produce variación en el potencial.

ACTIVIDADES FINALES

51 En la superficie de una esfera conductora se acumula un exceso de un millón de electrones. ¿Cómo crees que será el valor del campo eléctrico en el interior de la esfera: positivo, negativo o nulo? Justifica la respuesta.

52 La electroforesis es un método para analizar mezclas basado en el desplazamiento de sustancias por la acción de un campo eléctrico. Tenemos una muestra entre dos electrodos separados 20 cm y conectados a una diferencia de potencial de 300 V.

a) Dibuja las líneas del campo eléctrico y las superficies equipotenciales. Indica el potencial de cada superficie.

b) Calcula el valor del campo eléctrico que hay entre los electrodos e indica la dirección y el sentido de las partículas positivas y las negativas.

c) En el aparato de electroforesis las moléculas adquieren carga eléctrica y se desplazan con un movimiento rectilíneo lento y uniforme. Calcula la fuerza eléctrica y la fuerza de fricción que actúan sobre una molécula de timina con una carga de $-1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución: b) 1500 V/m; c) $2{,}4 \cdot 10^{-16}$ N

53 Dos láminas metálicas separadas 20 cm crean en su interior un campo eléctrico uniforme de $2{,}5 \cdot 10^4$ N/C. Una gota de aceite de $5 \cdot 10^{-14}$ kg se encuentra, en equilibrio, suspendida a la misma distancia de cada placa.

a) Halla la diferencia de potencial entre las placas indicando el signo de cada una.

b) Halla la carga eléctrica depositada en la gota.

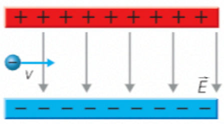
Dato: $g = 9{,}8$ m/s².

Solución: a) $5 \cdot 10^3$ V; b) $1{,}96 \cdot 10^{-17}$ C

Movimiento de partículas cargadas en un campo eléctrico uniforme

EJEMPLO RESUELTO 14

Dos placas metálicas conductoras de 30 cm de longitud y separadas $d = 10$ cm crean un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10^4$ V/m. Calcula:



a) La velocidad con la que se debe lanzar un electrón para que salga rozando el extremo de una de las placas. ¿A qué placa se desvía? ¿Qué tipo de trayectoria describe el electrón?

b) El trabajo realizado en la trayectoria.

Datos: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

a) El campo ejerce una fuerza sobre el electrón en su misma dirección que le comunica una aceleración. Al ser una carga negativa, la fuerza y, por tanto, la aceleración, irán en sentido contrario al campo. Es decir, el electrón **chocará con la placa superior**.

$$F_E = q \cdot E = m \cdot a \rightarrow a = \frac{q \cdot E}{m} =$$
$$= \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} = 1{,}759 \cdot 10^{15}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El electrón se mueve con MRU en horizontal y MRUA en vertical. Su trayectoria es una **parábola**.

Calcula el tiempo que tarda en recorrer 5 cm ($d/2$). En el instante inicial la componente vertical de la velocidad es cero.

$$y = \frac{a \cdot t^2}{2} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}05}{1{,}759 \cdot 10^{15}}} =$$
$$= 7{,}54 \cdot 10^{-9}\ \text{s}$$

Calcula la velocidad horizontal (constante) que debe tener para recorrer los 30 cm en este tiempo:

$$v = \frac{x}{t} = \frac{0{,}3}{7{,}54 \cdot 10^{-9}} = \mathbf{3{,}979 \cdot 10^7\ m/s}$$

b) $W_{i \to f} = -\Delta E_P = -q \cdot \Delta V = +q \cdot E \cdot \left(\frac{d}{2}\right)$

$\rightarrow W_{i \to f} = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 10^4 \cdot 0{,}05 = \mathbf{8{,}01 \cdot 10^{-17}\ J}$

54 En el interior de una cámara aceleradora de 30 cm de longitud los electrones se mueven con un MRUA y una aceleración hacia la derecha de $1{,}20 \cdot 10^{13}$ m/s². Supón despreciables los efectos gravitatorios y relativistas.

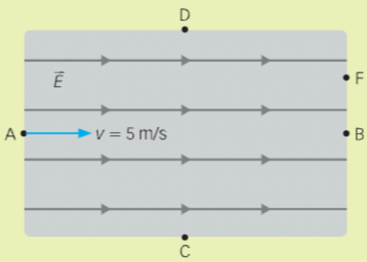
a) Calcula el vector campo eléctrico en el interior.

b) Calcula la diferencia de potencial entre los extremos de la cámara. ¿Cuánta energía gana cada electrón que atraviesa la cámara?

Datos: $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg.

Solución: a) 68,24 N/C; b) 20,47 V; $3{,}28 \cdot 10^{-18}$ J

55 En el lugar que se muestra hay un campo eléctrico uniforme y constante de $2{,}00 \cdot 10^6$ N · C⁻¹.



$d_{AB} = 2{,}0$ cm
$d_{CD} = 1{,}6$ cm
$d_{BF} = 0{,}4$ cm

a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B? ¿Y entre los puntos C y D? ¿Y entre los puntos A y F? Justifica la respuesta.

b) Un protón llega a A con la velocidad que se indica. Describe su movimiento. ¿Llegará a salir de la región representada en la figura? ¿Por qué punto? ¿Con qué velocidad lo hará? Haz un esquema de su movimiento.

Datos: $q_p = q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Solución: a) $V_B - V_A = -4 \cdot 10^4$ V; $V_C - V_D = 0$; $V_F - V_A = -4 \cdot 10^4$ V; b) Sale en B, $v = 2{,}77 \cdot 10^6$ m/s